

マッチング理論とその応用：研修医の「地域偏在」とその解決策

鎌田雄一郎¹ 小島武仁² 和光純³

【抄録】

日本の新医師臨床研修制度は2004年度から必修化され、同時に、研修医がどの病院で研修するかを組み合わせ（マッチング）を明確なルールに従って決める研修医マッチング制度が導入された。この研修医マッチング制度は医師・病院双方の希望をよく反映する一方、地方病院での医師不足を助長するとの批判から見直され、2009年からは都道府県別に地域定員を設けて行うメカニズムに変更された。本稿の目的は、この制度改変の問題点を指摘し、代替的な改革案を提示することである。そのために、先ず研修医マッチング導入の歴史的背景を概観し、続いてマッチング問題を制度（メカニズム）設計という経済学の問題として定式化する。次に、マッチングメカニズムの安定性や耐戦略性という、経済学的観点から望まれる性質を詳解する。そしてこれらの準備のもとに必修臨床研修導入当初のメカニズムと都道府県別地域定員のもとでの変更版メカニズムを検討し、後者では安定性が達成されず、また単純な改善案では耐戦略性が達成されなくなることを示す。そこで本論文では、鎌田・小島（2010年、スタンフォード大学ディスカッション・ペーパー）に基づき、都道府県別定員設定のもとでも安定性と耐戦略性を達成できるFlexible Deferred Acceptanceメカニズムとよばれる改善案を提示する。

【キーワード】

マッチング、安定性、耐戦略性、地域定員

¹ハーバード大学経済学部研究科院生：

<http://www.people.fas.harvard.edu/~ykamada/>

²スタンフォード大学経済学部助教授：

<http://economics.stanford.edu/faculty/kojima?css>

³学習院大学経済学部教授：

http://www.gakushuin.ac.jp/univ/eco/teacher/keizai_wako.html

1. はじめに

臨床研修制度とは、医学部を卒業した医師達が 医師として独り立ちする前に病院で実地研修をする仕組みのことである。これは世界各国で広く実施されている制度で、日本でも 2004 年度から必修の臨床研修制度が発足し、医学部卒業生に 2 年間の研修が義務付けられた。この臨床研修制度の導入に合わせて、どの研修医がどの病院で研修をするかの組み合わせ（マッチング）を明確なルールに従って決める「研修医マッチング」という制度が新たに採用され、2003 年秋に初回研修医マッチングが実施された。研修医マッチングとは、病院側および医師側双方にどの相手とマッチしたいかの希望順位表を提出させ、それをもとに誰をどこにマッチさせるかを決定する手続きである。2003 年の初回実施時に採用されたメカニズムはアメリカの研修医マッチングで使われているルールに近いものであり、よく病院医師双方の希望を反映する一方、地方病院での慢性的医師不足を助長するとの批判も根強かった。これを受け厚生労働省は見直しを行い、2009 年の研修医マッチングからは、都道府県別定員を設けて研修医マッチングを行うという新しいメカニズムに変更することを決定した。

本稿の目的は、このメカニズム改変の問題点を指摘し、代替的な改革案を提示することである。2 節ではまず研修医マッチング導入の背景および重要性をよりよく理解するために、アメリカおよび日本での歴史的背景を概観する。次に 3 節ではマッチング問題を経済学による制度（メカニズム）設計の問題として定式化する枠組みを紹介し、経済学の視点から望ましいとされる性質のうち特に 2 つ、「安定性」および「耐戦略性」を詳しく議論する。4 節では 3 節で定式化された問題および概念を実際のメカニズムの分析に用いる。4.1 項では必修臨床研修導入当初のメカニズムを、4.2 項では 2009 年に導入された都道府県別定員のもとのメカニズムを紹介し、3 節で定義された 2 つの性質がこれらのメカニズムで達成されるかを議論する。ここでは 2009 年導入のメカニズムでは安定性が達成されないという結論を得る。最後に 5 節では、単純な改善案では耐戦略性が達成されなくなることを指摘した後、両方の性質を都道府県別定員設定のもとでも達成する改善案として、Flexible Deferred Acceptance メカニズムとよばれるメカニズムを提示する。

本稿の議論の多くは Kamada and Kojima (2010) に依拠して、最新の研究を含めている。しかし、研修医マッチングに関する経済理論の概観としても読めるように心がけ、多くの読者に対応するために数学記法の使用は極力避けている。数学的定式化やその他詳細に興味を持たれた読者は、Roth and Sotomayor (1990) や Kamada and Kojima (2010) を参照されたい。

2. 歴史的背景

2.1. アメリカでの経験

日本の研修医マッチング制度はアメリカで 1950 年代から実際に用いられているルールを基礎としている。ここではまずアメリカでの研修医マッチング制度導入の経緯を概観することで、マッチング制度の必要性について論じる。

若い医師にとって病院での研修は実際的な医療技術を身につける重要な機会であり、病院にとっても研修医は安価で貴重な労働力である。このため臨床研修制度は医師教育および医療の現場の双方にて重要な役割を担うようになった。ところが、この仕組みの重要性が増していくのに伴い、研修医と病院をどう組み合わせる - 「マッチさせる」 - かが難しい問題になった。優秀な研修医を採用したい病院は競って採用時期を早めていったため、やがて研修医の採用決定時期はメディカルスクール終了の 2 年前にまで早まってしまったという。この現象を「アンラベリング (unraveling)」という。

卒業の 2 年前といえば、学生はまだ臨床実習さえしていないような時期である。このため採用時に想定していた技能を学生が持っていなかったり、学生が興味を持つ分野と病院の希望との間に食い違いが生じたりするなどの問題が頻発した。研修医と病院の間に多くの点でミスマッチが起きるようになったのである。

これを受けて、アメリカの医学界はマッチング制度を設計した。これは学生と病院が自分たちの希望を提出し、それをもとに、決められたルール（アルゴリズム）に従って全ての研修医の配属先を一斉に決定する仕組みである。具体的には後述する Deferred Acceptance メカニズムと呼ばれる制度を導入した。この制度が導入されると、研修医の採用決定の時期はマッチング実施時に一律化され、病院や学生の間での競争によるストレスも大幅に改善された。アメリカでは現在も年 2~3 万人ほどの研修医の配属先を、この制度によって決定している。

次項で述べる通り日本でのマッチング導入の経緯はアメリカで起こったアンラベリングとは異なるが、もし日本でマッチング制度がうまく機能しなくなり参加率が低下し、アンラベリングが起きると、様々な面でのミスマッチが起きる可能性がある、ということは念頭に置きたい事実である。これが、私たちがマッチング問題を真剣に考えなければならない一つの大きな理由である。

2.2. 日本での経験

さて、日本の臨床研修制度における研修医マッチングの変遷を紹介しよう。日本では 2004 年以前は大学病院の医局が研修医の人事権を握っており、研修医は医局の決定に従うしかほぼなかった。しかしこれでは、研修医病院双方の希望を反映させることが難しかった。そこでよりよく人々をマッチさせるべく、アメリカの制度を参考にマッチング制度が導入されたのである。この時点で導入された制度はアメリカで使われているものと同じ、Deferred Acceptance メカニズムであった。

後述する通り Deferred Acceptance メカニズムは研修医と病院双方の希望を非常によく反映させることができ、その結果いくつものよい性質を持っていることが知られている。しかしその一方で、この制度に対して日本では反対意見が根強いことも事実である。批判の多くは、この制度によって研修医が大都市へ集中し、地域医療を疲弊させてしまうというものである。誤解を恐れずあえて要約すると、この主張はおおよそ次のようなものである。必修臨床研修制度を導入する以前は先述の通り大学病院の医局が強い人事権を持つ一方、僻地への医師派遣の役割も担っていた。ところが新制度によって研修医が以前よりも自由に研修先を選べるようになったため、魅力的な研修プログラムがあり生活環境の良い大都市の市中病院に応募が集中し、結果として地方の大学病院は十分な研修医を集められなくなった。このため、以前研修医が担当していた業務を他の医師が行わなければならないとなり、僻地へ医師を派遣する余裕がなくなってしまった、というのである。

こういった批判や要請に応じて、2009 年実施分からマッチング制度が見直された。見直された制度のもとでは、各都道府県について募集可能な研修医数の上限が設定され、この上限を超えて研修医の需要がある地域については、地域内の病院間で募集定員を事前に削減して調整することになったのである。つまり現在の研修医マッチングでは Deferred Acceptance アルゴリズムそのものが用いられるのではなく、地域定員に合わせて各病院の募集定員を調整してから、Deferred Acceptance アルゴリズムを用いてマッチングを決定しているのである。この方式は当初の研修医マッチングをシンプルに変更するだけで実施できる点で優れている。しかしこのやり方では、例えば研修医と病院の希望を十分に汲みとれずに地域定員の充足が過小となる一方、アンマッチになる（どの病院にもマッチできない）研修医が過剰に出ってしまう可能性がある。この点を指摘し、研修医の地域偏在の問題を考慮した代替案を提案するのが本稿の目的である。問題点を指摘する前に、まず次節ではマッチング問題を経済学の視点から分析する手法を説明しよう。

3. 既存理論の概観

本節では マッチング問題を経済学の問題として定式化する枠組みを提示する。経済学、特にその一分野であるゲーム理論は、経済活動に関わる個々人のインセンティブの問題を分析するのに長けている。この経済学の考え方がマッチング問題を分析するのに有用なのである。本節では、まず 3.1 項にて議論を正確にするために必要な簡単な数学のモデルを記述する。3.2 項ではインセンティブに基づいた「よいマッチング」とは何かについての 2 つの基準を提示する。

3.1. モデル

マッチングのモデルでは、 n 個の病院 h_1, h_2, \dots, h_n と、 m 人の医師 d_1, d_2, \dots, d_m がいる状況を考える。各病院はどの医師を雇用したいかについての希望順位表を持っている。たとえば病院 h_1 の希望順位表に「 d_1, d_5, d_4 」と書いてあれば、 h_1 は医師 d_1 を最も雇いたいと思っており、 d_5 が 2 番目で、 d_4 が 3 番目、それ以外の医師は雇いたくない、という意味である。同じように、各医師はどの病院に勤務したいかについての希望順位表を持っている。先と同じように、たとえば医師 d_1 の希望順位表に「 h_4, h_2 」と書いてあれば、 d_1 は病院 h_4 が第 1 希望、 h_2 が第 2 希望、それ以外の病院には行きたくないと思っている。それぞれの希望順位表では、複数の相手を同等に好むことはないとする。最後に、各病院には「定員」があり、定員より多い数の医師を雇うことはできない。なお、病院はその希望順位表における上位の医師から出来る限り定員を満たすように採用したいと考えているとする。

マッチング μ は、どの医師がどこで働くか、どの病院でどの医師が働くか、を記述する。たとえば $\mu(d_1) = h_1$ であれば μ のもとでは医師 d_1 は病院 h_1 とマッチしているという意味であり、 $\mu(h_1) = \{d_1, d_5\}$ とあれば病院 h_1 は医師 d_1 および医師 d_5 とマッチしているということである。 $\mu(h_2) = \emptyset$ および $\mu(d_2) = \emptyset$ と書くと、 h_2 や d_2 は誰ともマッチしていない、という意味である。ここで、現実に即し、各医師は多くとも一つの病院にしかマッチできないのに対し、各病院は定員までなら何人でもマッチできるとする。

メカニズムとは、全病院の希望順位表、全医師の希望順位表、が与えられたときにあるマッチングを生成するルール（関数）である。つまり、病院および医師から提出された希望順位表をもとに、マッチングを生成するのがメカニズムなのである。私たちの目標は、一言で言うと、よりよいメカニズムをデザインし、それによってよりよいマッチングを生成することである。

3.2 「よいメカニズム」の二つの基準

さて、前節の最後に「よりよいメカニズム」「よりよいマッチング」が我々の目標であると述べたが、メカニズムやマッチングが「よい」とはどのような意味であろうか。先に言及した経済学が分析に長けるインセンティブ問題に関わる「よいマッチング」の二つの基準を、モデルの言葉を使って定義しよう。

定義 1

マッチング μ が安定であるとは、以下の 2 つの条件が成り立つことを言う：

- どの病院もどの医師も、 μ において希望順位表に載っていない相手とはマッチしていない。
- もし病院 h が医師 d の希望順位表で $\mu(d)$ よりも上位にあり d が h の希望順位表に載っているならば、 μ において h とマッチしている医師は皆 h にとって d よりもよく、かつ h の定員は満たされている。

メカニズムが安定であるとは、どんな希望順位表が与えられたとしても、安定なマッチングを生成することを意味する。

定義2

メカニズムが耐戦略性を持つとは、他の医師および病院がどのような希望順位表を提出するかに関わらず、医師は嘘をついても得をしないことを意味する⁴。

定義1の安定性は、簡単に言うと、生成されたマッチングを誰も正当な理由で非難できない、ということである（これは“no justified envy”と呼ばれる性質である）。たとえば定義の中の条件 b が成り立たないとすると、医師 d は今のマッチ μ (d) より h の方をより希望している一方、h は d を希望順位表に載せており、まだ定員に空きがあるため d を雇いたい、もしくは空きがなくても今雇っているうちの誰かを解雇して d を雇いたいと思っている、ということになる。このようなペアを**逸脱ペア**と呼ぶ。条件 b は逸脱ペアが存在しないという意味である。もし所与のマッチングに逸脱ペアが存在すれば、そのペアは事後的に相談をして勝手にマッチをすればお互い得をすることになる。そのようなことが実際に相次げば、せつかくメカニズムがマッチングを生成しても医師たちの最終的な雇用先はメカニズムの指定するものとはかけ離れたものになってしまう可能性がある。そうすると医師や病院はメカニズムに参加する意味がそもそもなくなってしまい、メカニズムの存在意義がなくなってしまうかもしれない。

これは決して机上の空論ではない。Roth およびその共同研究者たちは過去の様々なマッチング市場を（医師と病院のマッチングに限らず）調べ、それらを安定なものや安定でないものに分類し、安定性がマッチング市場の存続とどのように関わっているかを調べた。結果⁵は見事に、安定なメカニズムは参加率が高く維持される一方、安定でないメカニズムは遅かれ早かれ参加率が低迷し、多くの場合終いにはマッチングメカニズム自体が消滅してしまっているのがあった。2節で述べたように、参加率が下がり就職活動が早まるアンラベリングが起きると、結局多くのミスマッチが生まれる恐れがある。よって安定性はメカニズムができる限り達成しなければならない基準と言えよう。

また、マッチング μ が安定だと μ はパレート効率的（ μ よりも全ての医師および病院にとってよりよいもしくは同じマッチングは μ 以外存在しない）でもあることが示せる。このことから、安定性は重要な基準であることが分かる。

次に定義2の耐戦略性について論じよう。これは端的に言うと、どの医師も嘘をついても得をしない、という性質である。なぜこの性質が重要なのであろうか。まず最初に、定義の中の「他の人がどのような希望順位表を提出するかに関わら

⁴ ここで定義した耐戦略性は、専門用語で“strategy-proofness for doctors”と呼ばれる性質である。

⁵ この結果は Roth (2002) にまとめられている。

ず」というフレーズに注目されたい。即ち、各医師は他の人がどのように考えどのように行動するかに関わらず、真実の希望順位表を提出するのが得策なのである。つまり医師は、「自分は病院 h に行きたいが h の希望順位表の中では自分は低順位である可能性が高いから h を自分の希望順位表に載せるのはやめよう」などといった考えをする必要がないのである。また、これは「相手が真実の希望順位表を提出するならば自分も真実の希望順位表を提出したい」という条件よりも強い条件であることに注意しよう⁶。つまり、たとえば「多くの医師が病院 h を第一希望だと考えているだろう。しかし自分が h を第一希望と書くべきかどうかは、彼らが h を第一希望と本当に書くかどうかを判断しないと決められない」などと考える必要はないのである。これらの性質は医師たちにシンプルで最適な希望順位表の作り方を提供しており、先に書いたような無用の混乱を避けることができる。逆にもしこの性質が満たされないと、それぞれの医師が「戦略的に」嘘の希望順位表を提出するということが考えられ、その結果メカニズムで生成されるマッチングに真実の希望順位が全く反映されないといったことが起きてしまうかも知れないのである。そもそも提出された希望順位表が真実の希望順位表と異なれば、いくらメカニズムが提出された希望順位表をもとに非常によいマッチングを生成するものであったとしても、意味がない。従って、耐戦略性もまた重要な基準なのである。

安定性および耐戦略性というこれら二つの基準は、たった今説明したように、マッチング参加者のインセンティブと深く関わるものである。安定性は与えられたマッチングから逸脱するインセンティブがないことを要求する基準であり、耐戦略性は嘘の希望順位表を提出するインセンティブがないことを要求する基準である。これらの基準を達成するメカニズムをデザインするためにはこのインセンティブ構造の理解が重要であり、そのために経済学の知見が有用になってくるのである。

4. アルゴリズム : *Deferred Acceptance* アルゴリズムと *JRMP* アルゴリズム

メカニズムは希望順位表をもとにマッチングを生成するルール（関数）であったが、実際にどのように生成するのかの手段を具体的に記述するものを「アルゴリズム」という。本節では、前節で提示されたモデルおよび概念を用いて、アルゴリズムの記述をする。4.1 項では必修臨床研修制度発足当初の研修医マッチング（初回は 2003 年）に使われた最も基本的なアルゴリズム、*Deferred Acceptance* アルゴリズムについて解説し、これが安定性および耐戦略性を満たすことを簡単に論ずる。4.2 項では 2009 年実施分から導入された新しいアルゴリズムを記述し、これが安定性を満たさないことを議論する。

⁶ ゲーム理論に詳しい読者は、ナッシュ均衡と支配戦略均衡の違いと関連づけて考えていただいて差し支えない。

4.1. 2003～2008年：Deferred Acceptance アルゴリズム

さてここまで安定性および耐戦略性という2つの性質を議論してきたが、そもそもこれらの性質を満たすメカニズムは存在するのだろうか。答えはイエスである。ゲールとシャプレー(1962)は Deferred Acceptance アルゴリズムと呼ばれる以下のようなマッチング生成手続きを考案した。このアルゴリズムからなるメカニズムは安定性と耐戦略性の両方を満たすことが知られている。

Deferred Acceptance アルゴリズム

アルゴリズムは以下のようにいくつかの仮想的なステップでできている。

ステップ 1：各医師が自分の第一希望の病院を指名する。各病院は自分を指名した医師の中から、希望順位表の上から順に定員以下できるだけ多くの医師を「仮マッチ」して、その他の指名してきた医師はアンマッチとする。どの病院も希望順位表に載せていない医師はアンマッチ確定。

ステップ 2：ステップ 1 で仮マッチした医師は同じ病院を指名する。ステップ 1 でアンマッチになっているがアンマッチ確定にはなっていない医師は、次に希望する病院（第二希望）を指名する。各病院は自分を指名した医師の中から、希望順位表の上から順に定員以下できるだけ多くの医師を仮マッチして、その他の指名してきた医師はアンマッチとする。ただし、第二希望のない医師、つまり希望順位表に第一希望しか書いておらず、ステップ 1 で希望病院を指名し尽くしてもアンマッチであった医師はアンマッチ確定。

.....

ステップ k：前ステップ k-1 で仮マッチした医師は同じ病院を指名する。前ステップでアンマッチになっているがアンマッチ確定にはなっていない医師は、前ステップで指名した病院の次の希望病院（今まで j 回仮マッチしていたら第 k-j 希望）を指名する。各病院は自分を指名した医師の中から、希望順位表の上から順に定員以下できるだけ多くの医師を仮マッチして、その他の指名してきた医師はアンマッチとする。ただし、前ステップで希望病院を指名し尽くしてもアンマッチであった医師はアンマッチ確定。

.....

仮マッチしていない医師が全員アンマッチ確定となった時点で、仮マッチを正式マッチとし、アルゴリズムを終了する。

各医師の希望順位表の長さは最大でも全病院の数しかなく、このアルゴリズムの中で各医師は希望順位の上から順に指名をしていくため、アルゴリズムは有限回のステップ数で終了する。また、各医師は高々一つの病院としかマッチしないことも容易に確認できる。このアルゴリズムでは、あるステップで仮マッチした医師が、その後のステップでアンマッチになることもあり、正式マッチは最後まで持ち越される。このことから Deferred Acceptance（延期された受理）という名が付いている。このアルゴリズムによって生成されるマッチングは、安定性お

よび耐戦略性を満たすことが知られている。この事実の直観はだいたい以下の通りである⁷。もしこのアルゴリズムで生成されるマッチング μ で安定性が満たされないとする。アルゴリズム中では各医師は希望順位表にない病院は指名せず各病院も希望順位表にない医師とは仮マッチしないため、これはある医師 d にとって $\mu(d)$ よりも希望順位が高くかつ d を希望順位表に載せている病院 h があり、

(A) 病院 h が d よりも低い順位の医師を雇っている、もしくは (B) 病院 h の定員が満たされていない、ということの意味する。しかしアルゴリズム中の最後のステップで各病院は希望順位表の上から順に仮マッチをするため (A) は発生し得ない。また、医師は希望順位表の上から順に指名しているため $\mu(d)$ に行き着く前に h を指名しているはずであり、また各病院に仮マッチしている人数はアルゴリズム中で減ることはないため、(B) もあり得ない。よって、マッチング μ は安定である。メカニズムに耐戦略性があることの直観を得るために、各ステップで決まるマッチングが「仮」マッチであることに注意しよう。正式マッチは最後のステップでのみ決まるため、各医師には希望順位の低い病院をあえて早いステップで指名する利点かないのである。

4.2. 2009年～: JRMPメカニズム

さて2節で述べたように、Deferred Acceptanceメカニズムには研修医の地域偏在の観点から批判が積みまとった。本項ではこの問題を解消すべく2009年に導入された新メカニズム-これを日本における研修医マッチングの運営機関である医師臨床研修マッチング協議会 (Japan Residency Matching Program) にちなんでJRMPメカニズムと呼ぼう-を紹介し、これが(定義3にて定義する)安定性を満たさないことを示す。

JRMPメカニズムでは、「地域定員」と呼ばれる新しい概念が導入される。地域定員とは、厚生労働省により各都道府県に指定された、都道府県内の病院にマッチできる研修医の総数の上限のことである。JRMPメカニズムは、この地域定員を遵守することで研修医の地域偏在を緩和することを目指すものである。都市部の都道府県にマッチしたい医師がどんなに多くいても、地域定員があれば一定数の医師があぶれ、これらの医師が他の地域にマッチされる、というシナリオであろう。

もちろん地域定員を無視してDeferred Acceptanceメカニズムを使うと、地域定員が遵守されないマッチングが生成される可能性がある。そこで、JRMPメカニズムでは以下のようにDeferred Acceptanceメカニズムを変更する。

⁷ 正確な証明はRoth and Sotomayor (1990)、坂井・藤中・若山(2010)などを参照されたい。

JRMP メカニズム

まず域内の病院の定員の総和が地域定員を超過する都道府県では各病院の定員を（和が地域定員と一致するようにできるだけ）比例的に減らした数 -これを「目標定員」⁸と呼ぼう- を計算し、この目標定員をあたかも本当の定員 -これを目標定員と峻別するために「設置定員」と呼ぼう- であるかのように仮想的に見なし、Deferred Acceptance アルゴリズムを用いてマッチングを生成する。

JRMP メカニズムは Deferred Acceptance メカニズムの変更版であり、確かに Deferred Acceptance メカニズムのよい性質をある程度受け継ぐ。しかし、全ての性質が持ち越されるわけではない。正確には、耐戦略性は JRMP メカニズムでも満たされるが、以下に定義される安定性は満たされない。

定義 3

マッチング μ が**地域定員のもとで強安定**であるとは、以下の2つの条件が成り立つことを言う：

- どの病院もどの医師も、 μ において希望順位表に載っていない相手とはマッチしていない。
- もし病院 h と医師 d が逸脱ペアならば、 μ において h にマッチしている医師は皆 h にとって d よりもよく、かつ、他の医師のマッチを変更せずに d が h にマッチすると、地域定員が遵守されなくなる。

メカニズムが**地域定員のもとで強安定**であるとは、どんな希望順位表が与えられたとしても、地域定員のもとで強安定なマッチングを生成することを意味する。

JRMP メカニズムが地域定員のもとでの強安定性を満たさないことを見るために、以下の例を考えよう。

例 1 (JRMP メカニズムと地域定員のもとでの強安定性)

地域定員 10 である地域に 2 つの病院、 h_1 および h_2 がある。各病院の設置定員は 10 である。医師は 10 人、 d_1, d_2, \dots, d_{10} がいる。希望順位表は以下の通りである。各病院の希望順位表には全ての医師が載っており、「 d_1, d_2, \dots, d_{10} 」となっている。医師については、 d_1, d_2, d_3 は h_1 のみを希望順位表に載せており、残りの医師は h_2 のみを載せている。

JRMP メカニズムでは各病院の設置定員が比例的に減らされて目標定員がそれぞれ 5 に設定される。そして、この目標定員をあたかも本来の設置定員であるかのように見なして Deferred Acceptance アルゴリズムを実行する。

すると、生成されるマッチング μ は $\mu(h_1) = \{d_1, d_2, d_3\}$ 、 $\mu(h_2) = \{d_4, d_5, d_6, d_7, d_8\}$ を満たすことが簡単に分かる。しかし、この μ は地域定員のもとで強安定ではな

⁸ ここでは、各病院の目標定員の算定基準の骨子だけを述べている。目標定員の算定は他の条件も加味され厚生労働省が管理している。

い。医師 d_9 は (d_{10} についても同じことが言える)、アンマッチとなるよりは h_2 とマッチしたいと希望している一方、 h_2 も d_9 を希望順位表に載せており、さらに設置定員に空きがあり (設置定員 10 のうち μ では 5 席しか埋まっていない)、かつ d_9 が h_2 とマッチしても地域定員は遵守される (地域内には 9 人の医師しかマッチされないため) からである。

要するに、JRMP メカニズムは設置定員とは異なる目標定員を用いて Deferred Acceptance アルゴリズムを実行するので、結果として目標定員に基づいて医師をアンマッチにした病院のある地域でも地域定員が満たされることがあり、これが地域定員のもとでの強安定性が満たされない要因となっているのである。また例 1 は、JRMP メカニズムがパレート効率的なマッチングを生成しないことも示している。

5. 代替メカニズムの提案 –Flexible Deferred Acceptance メカニズム–

5.1. 代替メカニズム提案にあたっての二つの困難

前節では JRMP メカニズムを紹介し、これが地域定員のもとでの強安定性を満たさないことを見た。Kamada and Kojima (2010) は安定性を極力保ちながら耐戦略性を損なわないメカニズムの考案を試みた。これには理論的に 2 つの困難が伴う。一つ目は、定義 3 で定義した地域定員のもとでの強安定性は常に達成できるわけではないということである。しかし逸脱ペアの存在は望ましくないという安定性の考え方を完全にあきらめるのは拙速であろう。Kamada and Kojima (2010) は、先ず地域の希望を考慮する新しい安定性を定義し、次に JRMP メカニズムとは異なるメカニズムを考案して、それが新しい安定性を常に達成することを証明した⁹。

二つ目は、Deferred Acceptance メカニズムの単純な改造版が 2 つの基準を満たすのは難しいということである。すでに JRMP メカニズムが地域定員のもとでの強安定性を満たさないことを議論したが、その他の Deferred Acceptance の簡単な改造版は耐戦略性を満たさないことが分かる。これらの 2 つの点をこの節では議論する。まず一つ目の点を見るために次の例を考えよう。

⁹ 慎重な読者は、地域定員のもとでの強安定性を常には満たすことができないのであれば地域定員のもとでの強安定性に依拠した例 1 での JRMP メカニズムに対する問題点の指摘は意味をなさないのではないかと思われるであろう。これはもっともな指摘である。後述するように、Kamada and Kojima (2011) は、JRMP メカニズムは定義 4 で定義する代替的な安定性 (これは Flexible Deferred Acceptance メカニズムによって常に達成できる) を (基本的に例 1 に記述したのとほぼ同じ理由で) 満たさないことを示した。本稿では JRMP メカニズムの問題点を早めに指摘するために議論の順序を逆転させた。

例2 (地域定員のもとでの強安定マッチングの非存在の可能性)

地域定員が1である地域に2つの病院、 h_1 および h_2 がある。各病院の設置定員は1とする。医師は2人、 d_1 および d_2 がいる。希望順位表は以下の通りである：病院 h_1 の希望順位表は「 d_1, d_2 」、 h_2 は「 d_2, d_1 」、 d_1 は「 h_2, h_1 」、 d_2 は「 h_1, h_2 」である。

この例では地域定員のもとで強安定なマッチングは存在しない。これを示すために、まず地域定員のもとで強安定なマッチングでは地域定員が遵守されているため、少なくとも一人の医師がアンマッチになっていることに注意しよう。以下、 d_2 がアンマッチだとして、 d_1 がどのようにマッチしても地域定員のもとで強安定なマッチングにならないことを示す（ d_1 がアンマッチの場合も同様な議論ができる）。

まず d_1 が h_2 とマッチしていないとしよう（つまり h_1 とマッチしているかアンマッチ）。すると d_1 は h_2 とマッチすることによって、地域定員を遵守したままより希望する病院とマッチできる。さらに、 h_2 の希望順位表には d_1 が載っているため、このような状況は地域定員のもとで強安定ではないと言える。次に d_1 が h_2 とマッチしているとしよう。しかし d_2 はアンマッチでいるよりは h_2 とマッチすることを希望しており、さらに h_2 は d_1 よりも d_2 を希望順位表で上に載せている。つまり h_2 が d_1 を解雇して d_2 を雇うことによって h_2 と d_2 はお互いよりよく希望を叶えられるのである。 h_2 が d_1 を解雇して d_2 とマッチしても地域定員は遵守されたままであるので、このような状況は地域定員のもとで強安定ではないと言える。即ち、この例では地域定員のもとで強安定なマッチングが存在しないことが分かる。

地域定員のもとでの強安定マッチングの非存在問題を克服するために、Kamada and Kojima (2011) は新しい安定性の定義を提案する。そのために彼らは新たに「地域の希望順位表」という概念を導入した。各地域は域内の病院の医師数の配分（各病院にマッチする医師数の分布）に関して希望順位表を持つとするのである。ここでは、病院や医師の希望順位表とは異なり、いくつかの配分が同等に好ましいような状況も許すとする。地域の希望順位表は、substitutability と呼ばれる弱い数学的条件のほかに、地域定員および各病院の設置定員を遵守する配分はそうでない配分よりも希望順位表で上にくること、もし2つの異なる配分があり、一方が他方よりも全ての病院に対して多くの医師を配分している場合、地域定員および各病院の設置定員が遵守される限り前者が希望順位表で上にくること、を満たすものとする¹⁰。

たとえば、目標定員からのギャップができるだけ少ないような配分から希望するという希望順位表は上記の仮定を満たす地域の希望順位表の一例となる。また、各病院に配分される人数ができるだけ均等な配分をより希望するという希望順位

¹⁰ 詳細は Kamada and Kojima (2010) の補論を参照のこと。

表も仮定を満たす希望順位表である。どのような希望順位表を使うかは、厚生労働省等の関係機関がどのような政策的目標を持つかに依存させて決めることができる。

定義4

マッチング μ が**地域定員のもとで安定**であるとは、以下の2つの条件が成り立つことを言う：

- a. どの病院もどの医師も、希望順位表に載っていない相手とはマッチしていない、
- b. もし病院 h と医師 d が逸脱ペアならば、 μ において h にマッチしている医師は皆 h にとって d よりもよく、かつ、他の医師のマッチを変更せずに d が h にマッチすると、地域定員が遵守されなくなるか、または変更後のマッチングがこの地域に μ よりも希望されることがない。

メカニズムが**地域定員のもとで安定**であるとは、どんな希望順位表が与えられたとしても、地域定員のもとで安定なマッチングを生成することを意味する。

ここで定義した地域定員のもとでの安定性は定義3で定義した強安定性に比べより満たされやすい条件になっている。たとえば例2では d_1 が h_1 にマッチしている状況は地域定員のもとでの強安定ではない。しかし、地域の希望順位表が地域定員をちょうど満たしているような配分全てを同等に好んでいる場合を想定すると、この状況は地域定員のもとで安定である。

Kamada and Kojima (2011)は JRMP メカニズムが地域定員のもとで強安定でないだけでなく、地域定員のもとで安定でもないことを示した。即ち、地域定員のもとで安定なメカニズムを考案することは、JRMP メカニズムと比べて（安定性の観点から）よりよいメカニズムを提案することになるのである。

さて、代替メカニズムの考案に際する2つ目の困難な点について論じよう。JRMP メカニズムが前述したように安定性の意味で望ましくないという点を克服する案として我々に頻繁に提案されるアルゴリズムとして、以下に記述する「繰り返し Deferred Acceptance (Iterated Deferred Acceptance) アルゴリズム」がある。このアルゴリズムは Deferred Acceptance アルゴリズムの簡単な改造版である。しかし、耐戦略性が満たされないのである。

繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムでは、まず提出された希望順位表をもとに、目標定員をあたかも設置定員であるかのようにみなして Deferred Acceptance アルゴリズムを実行してマッチングを生成する。もしこのマッチングで目標定員を下回る医師しかマッチしなかった病院が存在しなければアルゴリズムは終了、さもなければ次の「ラウンド」に進む。次のラウンドでは、前ラウンドで生成されたマッチングで目標定員を下回る医師しかマッチしなかった病院の空いている席数を同地域の残りの病院に予め決められたルールに従い分配し、

これを新しい目標定員とする¹¹。そして、この新しい目標定員のもとで Deferred Acceptance アルゴリズムを実行し、以前と同じようにさらに次のラウンドに進むかどうかを決定する。席の移動がなくなった時点でアルゴリズムを終了し、そのときに生成されているマッチングでのマッチを正式マッチとする¹²。

JRMP メカニズムは繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムの第 1 ラウンドのみを使う単純なメカニズムである。すると、繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムを用いれば、より望ましいマッチングが生成されそうである。確かに例 1 では、繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムは地域定員のもとで安定なマッチングを生成する。まず例 1 で示された μ が生成され、 h_1 に席数が 2 つあまる。この 2 つを目標定員いっぱいにもッチのある h_2 に移動し新たな目標定員を (3, 7) として、これをもとにまた Deferred Acceptance アルゴリズムを実行すると、全ての医師が第一希望の病院とマッチする安定なマッチングが得られるのである。しかし繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムを用いると耐戦略性が満たされない。次の例を考えよう。

例 3 (繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムの耐戦略性)

地域定員 2 の地域に、2 つの病院 h_1 および h_2 がある。各病院の設置定員は 2 である。医師は 2 人、 d_1 および d_2 がいる。希望順位表は、各病院は「 d_1, d_2 」、各医師は「 h_1, h_2 」となっているとする。目標定員は比例的に設置定員を減らし、各病院 1 となる。繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムを実行すると、第一ラウンドで、 d_1 が h_1 に、 d_2 が h_2 にマッチして、各病院の目標定員が満たされるのでここでアルゴリズムが終了する。

しかし医師 d_2 は嘘の希望順位表を提出するインセンティブがある。これを確認するために、 d_2 が真実の希望順位表「 h_1, h_2 」ではなく、嘘の希望順位表「 h_1 」を提出したとしよう（つまり h_2 には行きたくないと嘘をつく）。この場合、繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムの第一ラウンドでは d_1 が h_1 にマッチし d_2 がアンマッチとなる。ここで h_2 のマッチ数は目標定員を 1 下回っているため、これを目標定員とマッチ数が一致している h_1 に配分して、新しい目標定員を (2, 0) とする。この新たな目標定員のもとで第二ラウンドで Deferred Acceptance アルゴリズムを実行すると、 d_1 および d_2 が h_1 とマッチする。このマッチングでは各病院の目標定員数とマッチ数が一致しているためここでアルゴリズムは終了する。ここで d_2 は h_1 とマッチしている。 d_2 は h_2 よりも h_1 を希望していることから、 d_2 は嘘の希望順位表を提出することでよりよいマッチを得られたことが分かる。つまり、繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムは耐戦略性を持たないのである。

¹¹この空席分配のルールは、空席を他病院に移行して目標定員を減らした病院に再び空席を移行して定員を増加させることは無いように定める。

¹²この手続きは有限回で終了することが証明できる。

5.2. Flexible Deferred Acceptance メカニズム

前項では Deferred Acceptance メカニズムの若干の変更では安定性と耐戦略性の達成は困難であることを示した。本項では、Deferred Acceptance メカニズムの基本的な考え方をうまく生かすことでこれらの基準を達成する代替メカニズムを提示しよう。このメカニズムで用いるアルゴリズムは、JRMP メカニズムにおけるような硬直的な目標定員設定とは異なり、弾力的に (flexible に) 地域内の病院で定員を融通し合う。このため我々はこのアルゴリズムを「Flexible Deferred Acceptance アルゴリズム」と呼ぶ。Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムの記述には2つのキーとなるアイデアが重要となる。まず一つ目は、通常の Deferred Acceptance アルゴリズムは各医師および各病院が一経済主体として記述されているが、Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムでは各地域をも一経済主体として記述するということである。これにより地域の希望順位を反映させることができるのである。2つ目のアイデアは、(1つ目のアイデアで各地域を一経済主体と見なしたものの、) 各医師はアルゴリズムの中で地域を指名するのではなく、どの病院に勤務したいかを指名するということである。

一つ目のアイデアで各地域を一経済主体と見なすと述べたが、これは病院の希望順位表が無視されることを意味するわけではない。地域の希望順位表は医師数の配分を比べるものであり、どの医師がどの病院に配属されるかについては全く関知しないことを思い出そう。各地域がどの医師を仮マッチにするかを決めるときには、各病院の希望順位表が反映されるのである。これらのアイデアに基づき、Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムは以下のように記述できる：

Flexible Deferred Acceptance アルゴリズム

アルゴリズムは deferred acceptance アルゴリズムのようにいくつかのステップで成り立っている。一般にステップ k は以下のように記述できる。

ステップ k : 前ステップ $k-1$ で仮マッチした医師は同じ病院を指名する。前ステップでアンマッチになっているがアンマッチ確定にはなっていない医師は前ステップで指名した病院の次の希望病院 (今まで j 回仮マッチしていたら第 $k-j$ 希望の病院) を指名する。ただし、前ステップで希望病院を指名し尽くしてもアンマッチであった医師はアンマッチ確定とする。また、各病院は指名してきた医師の中で希望順位表に載っていない医師をアンマッチとする。各地域はその地域内の病院を指名した医師数の中でアンマッチとされていない医師の数を各病院ごとに数え上げ、各病院が数え上げられた医師数以下を配分されるような医師数の配分

の中でもっとも希望する配分を選択する¹³。各病院は指名してきた医師を地域に配分された数まで仮マッチして、他の指名してきた医師はアンマッチとする。

仮マッチしていない医師が全員アンマッチ確定となった時点で、仮マッチを正式マッチとしてアルゴリズムを終了する。

このアルゴリズムも必ず有限ステップ数で止まり、生成されたマッチングでは各医師は高々一つの病院としかマッチしない。Kamada and Kojima (2010)は、このメカニズムが地域定員のもとでの安定性と耐戦略性を持つことを証明した。特に安定性は、JRMP メカニズムではうまく達成できなかったことを思い出そう。これに対して、Flexible Deferred Acceptance メカニズムでは、例えば例 1 では、医師全員が第一希望にマッチする地域定員のもとで安定なマッチングが生成されることに注意されたい。

Flexible Deferred Acceptance メカニズムは地域定員のもとでの安定性と耐戦略性を持つ。これらの証明には、医師の希望順位表、病院の希望順位表、地域の希望順位表という 3つの希望順位表を考える必要性から従前のマッチング理論を拡張した新しい枠組みが必要となる¹⁴。しかし、これらの基準が満たされることの直観的な理由は Deferred Acceptance メカニズムのそれとよく似ている。安定性は、どの医師も Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムで生成されたマッチングでのマッチ相手よりも希望順位の高い病院には、病院の希望順位表、設置定員、地域の希望順位表、の何らかの理由でアルゴリズム中にアンマッチとされたはずであることから分かる。耐戦略性は、正式マッチは最後のステップのみ決まることから分かる。

6. 終わりに

本稿では、マッチング問題を経済学の問題として定式化し分析する手法を紹介し、日本の臨床研修制度の最近のメカニズム改変を分析し改善案を提示した。前節で述べたように Flexible Deferred Acceptance メカニズムは従来のメカニズムにはないアイデアを用いているが、Deferred Acceptance アルゴリズムの考え方を大まかには受け継いでおり、それが安定性および耐戦略性が成り立つためのキーとなっている。

¹³地域の希望順位表で同順位であるような医師数配分には、予めさらに順位付けをしておくとしよう。一般的な扱いについては Kamada and Kojima (2010)を参照されたい。

¹⁴ この枠組みは「契約付きマッチング (matching with contracts)」と呼ばれる。Hatfield and Milgrom (2005)、Hatfield and Kojima (2008)、Hatfield and Kominers (2010)を参照のこと。

ここで、Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムと同じく、先述した JRMP アルゴリズムと繰り返し Deferred Acceptance アルゴリズムのどちらも Deferred Acceptance アルゴリズムを改造したものであるが、Deferred Acceptance アルゴリズムの望ましい性質を必ずしも引き継いでいないことを思い出そう。Deferred Acceptance アルゴリズムはマッチング理論にて大変有用であることが証明されてきたが、その特長が損なわれないようにアルゴリズムを改良することが重要なのである。言いかえれば、問題解決のためには Deferred Acceptance アルゴリズムの正しい理解が不可欠であり、ここに経済学の知見を生かすことが出来るのである。

しかしながら、実地に導入されたことのない Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムのような新しいものを実際に応用する局面においては、様々なモデル化されないディテールが存在するため、それらがどのように経済学の予測をぶれさせるのかが定かではない。このため、過去のマッチングデータを用いたシミュレーションによる検証などによって、研修医マッチングにおいて Flexible Deferred Acceptance アルゴリズムを使用した場合の効果をより正確に推定する必要性があろう。

今後も経済学の研究の蓄積が実際のマッチング問題の運営に役立つこと、そして経済学者とマッチングの運営側が手と手を取り合ってマッチング問題の改善に資することを、我々は願ってやまない。

参考文献

- Gale, D. and L. Shapley (1962): "College Admissions and the Stability of Marriage," *American Mathematical Monthly*, 92, 261-268.
- Hatfield, J. W. and F. Kojima (2008): "Group Incentive Compatibility for Matching with Contracts," *Games and Economic Behavior*, forthcoming.
- Hatfield, J. W., and S. D. Kominers (2010): "Matching in Networks with Bilateral Contracts," mimeo.
- Hatfield, J. W., and P. Milgrom (2005): "Matching with Contracts," *American Economic Review*, 95, 913-935.
- Kamada, Y. and F. Kojima (2010): "Improving Efficiency in Matching Markets with Regional Caps: The Case of the Japan Residency Matching Program," Harvard University and Stanford University, mimeo, available online at <http://www.people.fas.harvard.edu/~ykamada/geography.pdf>.
- Roth, A. E. (2002): "The Economist as Engineer: Game Theory, Experimentation, and Computation as Tools for Design Economics," *Econometrica*, 70, 1341-1378.
- Roth, A. E., and M. A. O. Sotomayor (1990): *Two-sided Matching: a Study in Game-theoretic Modeling and Analysis*. Econometric Society monographs, Cambridge.
- 坂井豊貴, 藤中裕二, 若山琢磨 (2008): 『メカニズムデザイン- 資源配分制度の設計とインセンティブ』, ミネルヴァ書房.
- 安田洋祐 [編著] (2010): 『学校選択制のデザイナー- ゲーム理論アプローチ』 エヌティティ出版.

Matching Theory and Its Application: “Regional Imbalance of Doctors” and Its Solution

Yuichiro Kamada¹⁵ Fuhito Kojima¹⁶ Jun Wako¹⁷

Abstract

This paper is a nontechnical introduction of how economists formulate matching problems. We discuss the relevance of notions such as stability and strategy-proofness, and examine these criteria in the context of the recent change of algorithms in Japanese doctor-hospital matching, which tried to address the problem of shortage of doctors in rural areas. Most of the discussions are based on Kamada and Kojima (2010) while some new examples and discussions are provided.

Key Words: Matching, Stability, Strategy-Proofness, Regional Caps

¹⁵ Graduate Student, Department of Economics, Harvard University:
<http://www.people.fas.harvard.edu/~ykamada/>

¹⁶ Assistant Professor, Department of Economics, Stanford University:
<http://economics.stanford.edu/faculty/kojima?css>

¹⁷ Professor, Department of Economics, Gakushuin University:
http://www.gakushuin.ac.jp/univ/eco/teacher/keizai_wako.html