

# 「ゲーム理論入門の入門」練習問題集

鎌田雄一郎

ここには、「ゲーム理論入門の入門」（岩波新書）で紹介した概念の理解に自信满满的なあなたのための練習問題がある。ここで紹介する問題は、一応「ゲーム理論入門の入門」を読んだだけの知識で解けるようにできているが、ちょっと、そしてモノによってはかなり上級編なので、できなくても大丈夫。いやむしろ、全部できたら僕はビックリする。向学心旺盛な読者のための、練習問題だ。

## 第2章

1. セレブ向け超新型掃除機の価格決定問題において、11万円と9万円しか価格の可能性はなかった。では、「各社、どんな値段をつけてもいい」というようにゲームのルールを変えると、ナッシュ均衡による予測はどうなるだろうか（値段は小数でもいいこととする）。
2. 罰金ゲームのルールについて。僕が授業でやっている方法（一番近い人が優勝）と違うルールのゲーム（目標値との差に応じて罰金）を本書では詳しく説明した。これは実は、僕が授業でやっている方法だと説明がうまくいなくなるからなのだが、それはどの点だろうか。
3. 罰金ゲームの説明において、「非常に細かい注意点」として1セントより小さいお金の単位も許すことを書いた。実はこれにも、「こうしないと説明がうまくいなくなる」、しかも、「予測が変わってしまう」という理由がある。どのような点において説明がうまくいなくなり、どのように

予測が変わってしまうのだろうか（この点を完全に理解するには、第3章も読んでおくことをオススメする）。

4. 実は本書では、「予想」という言葉と「予測」という言葉を使い分けている。どのように使い分けているか、考えてみよう。
5. ちなみに、「状態」という言葉もある一定の意味を持つ事柄にのみ使うことにしていて、そういった事柄にはたとえば「状況」という言葉は使わないようにしている。その「事柄」とは、何でしょう？

### 第3章

1. ラブジェネゲームには二つのナッシュ均衡があることが分かった。これらは実は、「厳密ナッシュ均衡」と呼ばれるナッシュ均衡である。というのは、たとえば哲平がドコモを選んでいるとき、理子はドコモを選ぶのが唯一のベストな反応だからだ（言い換えると、ドコモから a u に変えると嬉しさはアップしないのみならず、厳密に下がってしまう）。さて、ラブジェネゲームでは哲平と理子、それぞれ二つのオプションがあった（ドコモか、a u）。では、二人それぞれに **10** 個のオプションがあるとしたら、厳密ナッシュ均衡は最高でいくつ存在し得るだろうか（できるだけ多くの厳密ナッシュ均衡を持つようなゲームを探す際には足並み揃えゲーム以外のゲームを考えてもいいとする）。

### 第4章

1. じゃんけんゲームの分析において、あいこの場合は勝率 **50%** であると仮定した。そしてその仮定のもとでは、結果、ナッシュ均衡においてじゃんけんの勝率は **50%** であるべきだと分かった。つまり、あいこの後にじゃんけんをすると、確かに勝率は **50%** なのである。では、あいこの場合の勝率が「マリコ様 **60%**、藤江れいな **40%**」だとした場合にナッシュ均

衡が何になるか計算してみよう。そのじゃんけんゲームでのマリコ様の勝率は、確かに60%になるだろうか？

2. 「意思決定者が無限人いる」や「取れる手数が無限個ある人がいる」場合にはナッシュ均衡がない場合もあることを本文で述べた。では、意思決定者が無限にいてナッシュ均衡がないような例を考えてみよう。同様に、取れる手数が無限個ある人がいてナッシュ均衡がないような例を考えてみよう。
3. 王道外道政策決定ゲームでは、より多くの有権者が好きである政策が王道政策である確率は60%、外道政策である確率は40%であるとした。もしこれが違う確率だったらどうなるか、考えてみてほしい。
4. 政策決定ゲームでの仮定を少し変えて、「60%の有権者は王道政策が好きで、40%の有権者は外道政策が好き（ということが100%の確率で起きる）」としてみよう。過半数を得た候補者が勝ちとし、各候補者は勝率をできるだけ高くしたいとすると、このゲームでのナッシュ均衡は何になるであろうか（注：ナッシュ均衡は一つとは限らない）。
5. 第3章にて「ラブジェネゲーム」に二つのナッシュ均衡があることを紹介したが、本章で紹介したように確率を割り振る問題を考えると、実はもう一つナッシュ均衡がある。それは何か。
6. 第3章のための練習問題で、「厳密ナッシュ均衡」という概念を定義した。これを思い出して、以下の主張は正しいか、正しくないか、考えてみてほしい。「第2章で定義した意味ではナッシュ均衡ではないが第4章で定義した意味ではナッシュ均衡であるような状態はどれも、厳密ナッシュ均衡ではない。」

## 第5章

1. ラーメンゲームが始まる前に、一風堂の経営陣が攻撃的な性格の店主か、利潤を最大化する店主を任命するとしよう。攻撃的な性格の店主は博多天

神が出店してきた場合、値下げ攻勢に出ることを高値をキープすることよりも好むとし、経営陣は利潤を最大化したいとする。そして、一風堂の経営陣が誰を任命したかは、博多天神にも分かるとする。この新たなゲームを表すゲームの木（一風堂の経営陣の意思決定点もある）を描いて、後ろ向き帰納法で解いてみよう。

2. 上記1と同じことを、バーサンラーメンゲームにてやってみよう。
3. ラーメンゲームおよびバーサンラーメンゲームで、各ラーメン店はどの戦略を選ぶかを決めるのではなく、各戦略に割り振る確率を決めるとする。後ろ向き帰納法を使って、そのようなゲームで何が起きるか予測してみよう。

## 第6章

1. 134 ページの二つの図に描かれた、バーサンラーメンゲームでじゃんがらに情報セットがあるゲームの木を思い出そう。これらのゲームの完全ベイジアン均衡は何か？
2. もともとのバーサンラーメンゲームを思い出そう。そして、このゲームが始まる前に、一風堂の経営陣が攻撃的な性格の社員か利潤を最大化する社員のどちらかをエリアマネージャーとして任命するとする。このエリアマネージャーは、パークレーとサンフランシスコ双方の店舗での価格決定に権限を持つとしよう。攻撃的な性格の方はいつも値下げ攻勢に出ることを好み、利潤最大化の方はできるだけ利潤を最大化するように行動する。どちらのエリアマネージャーが任命されたか、博多天神もじゃんがらも知らないとする。このゲームを表すゲームの木を（情報セットを使って）描き、完全ベイジアン均衡が何になるかを考えてみよう。
3. 画家ゲームでは、じゃんけんゲームのときのように自分の選択肢に確率を割り振る、ということは考えなかった。この可能性も考えた場合、果たし

て金持ちが絵を何らかの確率で受け取るような完全ベイジアン均衡があるか、考えてみよう。

4. 画家ゲームにおいては、前向き帰納法の話はしなかった。前向き帰納法を画家ゲームで使うとどうなるか、考えてみよう。